sinx
VAIDOTO MOCKAUS ĮMONĖ

VAIDOTAS MOCKUS

KOKYBIŠKAS LEIDINYS. VISI UŽDAVINIAI PATIKRINTI IR IŠSPRĘSTI LEIDINIO RECENZENTĖS

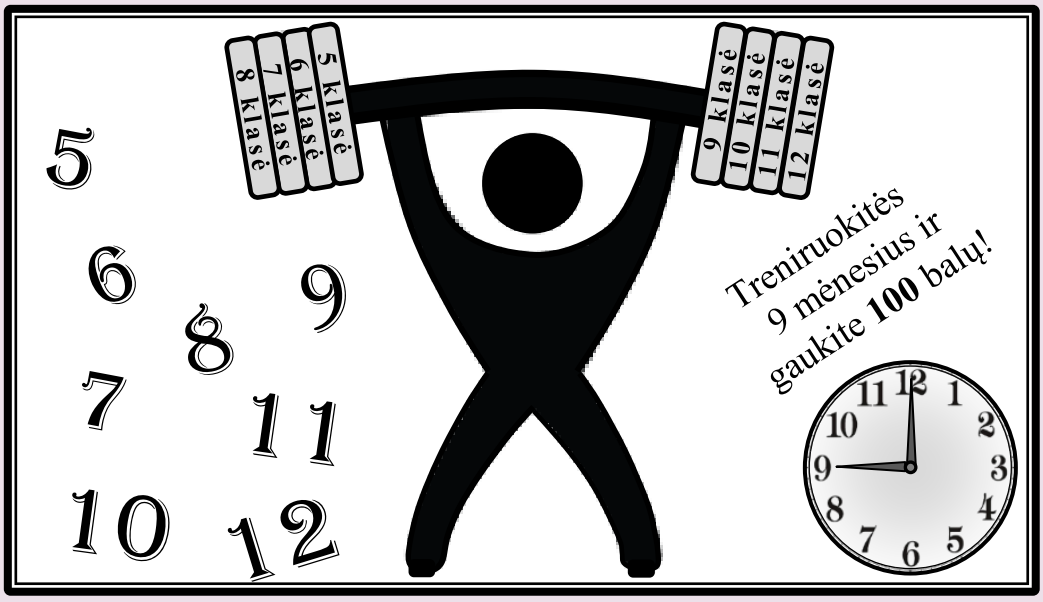
KNYGA PARENGTA KAIP DARBO SĄSIUVINIS

PASITRENIRUOKIME PRIEŠ MATEMATIKOS VALSTYBINĮ BRANDOS EGZAMINĄ (10 PAVYZDINIŲ EGZAMINO UŽDUOČIŲ SU ATSAKYMAIS)

(Pagalbinė mokymosi priemonė vidurinių mokyklų 11–12 klasių ir gimnazijų III–IV klasių moksleiviams)

- **60 taškų:** 10+12+38.
- **Raidė B➔:** ji žymi uždavinius (ar jų dalis), kurie atitinka bendrojo kurso programą.
- **40 %** bendrojo kurso programą atitinkančių uždavinių.
- Užduotys parengtos vadovaujantis atnaujinta matematikos brandos egzamino programa, patvirtinta Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministro 2011 m. liepos 1 d. įsakymu Nr. V-1197 ir jos pakeitimais, patvirtintais 2014 m. gruodžio 29 d. įsakymu Nr. V-1271.

* * *



UDK 51 (079.1)
Mo–09

Leidinio autorius: Vaidotas Mockus

Recenzentė:
Irena Baranauskienė, Šiaulių Didždvario gimnazijos matematikos mokytoja metodininkė

ISBN 978–9955–632–28–3

© Vaidotas Mockus, 2016
© Vaidoto Mockaus įmonė, 2016

_____
Vardas, pavardė

_____
Klasė

_____
Mokykla

201__–201__ m. m.

TURINYS

Pratarmė 5
Valstybinio brandos egzamino pagrindinės formulės 6
1 užduotis 8
1 užduoties atsakymų lapas 22
2 užduotis 26
3 užduotis 40
4 užduotis 54
5 užduotis 68
6 užduotis 82
7 užduotis 96
8 užduotis 110
9 užduotis 124
10 užduotis 138
Atsakymai 152

PRATARMĖ

2014 metų pabaigoje buvo paskelbta, kad keičiasi matematikos valstybinio brandos egzamino užduoties struktūra. Nuo 2015 metų užduotis vertinama 60 taškų. Kiekvieną užduotį sudaro trys dalys.

I dalyje yra 10 uždavinių su pasirenkamaisiais atsakymais vertinamų po vieną tašką (iš viso 10 taškų). Šios dalies uždavinių sprendimų per egzaminą pateikti nereikia. Reikia pasirinkti vienintelį teisingą atsakymą iš pateiktų 4 ir pasirinkto atsakymo raidę (*A, B, C* arba *D*) įrašyti į atsakymų lapą, kuris pateikiamas kartu su egzamino užduotimi.

II dalyje yra 4–10 trumpo atsakymo uždavinių. Uždavinys arba jo dalis vertinamos po 1 tašką, vertinamas tik atsakymas (iš viso 12 taškų). Šioje užduoties dalyje esančių uždavinių gautus atsakymus reikia įrašyti į atsakymų lapą.

III dalyje yra 6–8 atvirojo atsakymo (struktūruoti arba nestruktūruoti) uždaviniai vertinami ne mažiau kaip 2 taškais (iš viso 38 taškai). Šioje dalyje esančių uždavinių sprendimus reikia sutalpinti į atsakymų lape jiems skirtas vietas.

Prie dalies uždavinių yra raidė B. Ji žymi uždavinius (ar jų dalis), kurie atitinka bendrojo kurso programą. Jei prie uždavinio nėra raidės B, tai nereiškia, kad jo negali spręsti mokinys, kuris matematiką mokėsi bendruoju kursu. Mokiniams, kurie buvo pasirinkę mokytis matematikos išplėstiniu kursu, uždaviniai su raide B yra privalomi, jie nėra skirti tik bendrojo kurso mokiniams.

Šioje knygoje yra 10 matematikos valstybinio brandos egzamino užduočių pavyzdžių su atsakymais. Užduočių pateikimo forma yra tokia pati, kaip ir nacionalinio egzaminų centro (NEC) parengta užduotis, kuri moksleiviams pateikiama birželio mėnesį matematikos valstybinio brandos egzamino metu.

Knyga parengta kaip darbo sąsiuvinis. Leidinyje esančių uždavinių sprendimus mokiniai gali įrašyti į paliktas tuščias vietas prie kiekvieno uždavinio.

Visos užduotys pateikiamos su atsakymais, o pirmoji užduotis su atsakymų lapu. Knygos pradžioje rasite formules, kuriomis bus leidžiama naudotis egzamino metu.

Su šia knyga galima dirbti įvairiai. Autorius rekomenduoja vieną užduotį spręsti lygiai 3 valandas, o išsprendus ją, pasitikrinti knygos gale esančius užduoties uždavinių atsakymus. Jei bus tokių uždavinių, kurių jums nepavyko išspręsti, tai bus ženklas, kad yra teorinių žinių spragų, praktinių įgūdžių stoka. Prie tokių uždavinių grįžkite vėliau dar kartą, nepalikite jų neišsprendę.

Leidinys skirtas vidurinių mokyklų 11–12 klasių ir gimnazijų III–IV klasių moksleiviams ir jų matematikos mokytojams.

Savo pastabas dėl knygos kokybės ir pastebėtų klaidų prašau pateikti elektroniniu paštu adresu: mockusvaidotas@gmail.com .

Visų numatomų išleisti knygų anonsus, naujienas ir išleistų knygų aprašymus bei jose pastebėtų netikslumų ir klaidų ištaisymus rasite Vaidoto Mockaus įmonės internetinėje svetainėje adresu: http://www.mockus.puslapiai.lt .

Autorius

VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO PAGRINDINĖS FORMULĖS

Greitosios daugybos formulės:

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3, \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right).$

Aritmetinė progresija: $a_n = a_1 + d(n-1); \ S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n.$

Geometrinė progresija: $b_n = b_1 q^{n-1}; \ S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1-q} = \frac{b_1\left(1-q^n\right)}{1-q}.$

Nykstamoji geometrinė progresija: $S = \frac{b_1}{1-q}.$

Sudėtinių procentų formulė:

$S_n = S\left(1 \pm \frac{p}{100}\right)^n$; čia S – pradinis dydis, p – procentai, n – kartai.

Trikampis: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A, \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$

$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R};$

čia a, b, c – trikampio kraštinių ilgiai, A, B, C – prieš jas esančių kampų didumai,
p – pusperimetris, r ir R – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spindulių ilgiai,
S – trikampio plotas.

Skritulys, apskritimas: $S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha, \quad l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot \alpha$; čia α – centrinio kampo didumas laipsniais, S – išpjovos plotas, l – išpjovos lanko ilgis, R – spindulio ilgis.

Kūgis: $S_{šon.pav.} = \pi Rl, \ V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$; čia R – pagrindo spindulio ilgis, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

Rutulys: $S = 4\pi R^2, \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$; čia R – spindulio ilgis.

Nupjautinis kūgis:

$S_{šon.pav.} = \pi(R+r)\cdot l, \quad V = \frac{1}{3}\pi H\left(R^2 + Rr + r^2\right)$; čia R ir r – pagrindų spindulių ilgiai, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

Nupjautinės piramidės tūris:

$V = \frac{1}{3}H\left(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2\right)$; čia S_1, S_2 – pagrindų plotai, H – aukštinės ilgis.

Rutulio nuopjova: $S = 2\pi RH, \quad V = \frac{1}{3}\pi H^2(3R - H)$; čia R – rutulio spindulio ilgis, H – nuopjovos aukštinės ilgis.

Erdvės vektoriaus ilgis: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; čia $\vec{a}(x; y; z)$.

Vektorių skaliarinė sandauga: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\alpha$; čia α – kampo tarp vektorių $\vec{a}(x_1; y_1; z_1)$ ir $\vec{b}(x_2; y_2; z_2)$ didumas.

Trigonometrinių funkcijų sąryšiai:

$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$, $1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$,

$2\sin^2\alpha=1-\cos 2\alpha$, $2\cos^2\alpha=1+\cos 2\alpha$,

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$, $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$,

$\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$.

Trigonometrinių funkcijų reikšmių lentelė:

α laipsniais	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**
α radianais	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

Trigonometrinės lygtys:

$\begin{cases}\sin x=a,\\ x=(-1)^k\arcsin a+\pi k;\end{cases}$ čia $k\in Z$, $-1\le a\le 1$;

$\begin{cases}\cos x=a,\\ x=\pm\arccos a+2\pi k;\end{cases}$ čia $k\in Z$, $-1\le a\le 1$;

$\begin{cases}\operatorname{tg}x=a,\\ x=\operatorname{arctg}a+\pi k,\end{cases}$ čia $k\in Z$.

Išvestinių skaičiavimo taisyklės:

$(cu)'=cu'$, $(u\pm v)'=u'\pm v'$, $(uv)'=u'v+uv'$, $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$;

čia u ir v – diferencijuojamosios funkcijos, c – konstanta.

Funkcijų išvestinės: $\left(a^x\right)'=a^x\ln a$, $\left(\log_a x\right)'=\frac{1}{x\cdot\ln a}$;

Sudėtinės funkcijos $h(x)=g(f(x))$ **išvestinė**: $h'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x)$.

Funkcijos grafiko liestinės taške $(x_0;\ f(x_0))$ **lygtis:** $y=f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)$.

Pagrindinės logaritmų savybės:

$\log_a(xy)=\log_a x+\log_b y$, $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$, $\log_a x^k=k\cdot\log_a x$, $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Derinių skaičius: $C_n^k=C_n^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$. **Gretinių skaičius:** $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$.

Tikimybių teorija: atsitiktinio dydžio X matematinė viltis $EX=x_1p_1+x_2p_2+\ldots+x_np_n$,

dispersija $DX=(x_1-EX)^2p_1+(x_2-EX)^2p_2+\ldots+(x_n-EX)^2p_n$.

1 UŽDUOTIS

I dalis

*Kiekvienas šios dalies uždavinys (1–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**.*

B➔ 1. Duotas skaičius $\underbrace{888...88}_{2016\text{ kartų}}$. Šis skaičius:

A dalijasi iš 3, bet nesidalija iš 9 **B** dalijasi ir iš 3, ir iš 9.

C dalijasi iš 9, bet nesidalija iš 3 **D** nesidalija nei iš 3, nei iš 9.

Juodraštis

B➔ 2. Funkcijos $y = f(x) = x^2 + 4x$ reikšmės didėja, kai:

A $x \in (0; +\infty)$ **B** $x \in (-\infty; -2)$

C $x \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$ **D** $x \in (-2; +\infty)$

Juodraštis

B➔ 3. Duoti 7 simboliai: ◯, □, △, ♡, ◇, ⊕, ⏢. Keliais būdais galima išdėstyti šiuos 7 simbolius iš kairės į dešinę, jeigu simbolis ♡ negali būti pirmas iš kairės?

A 4320 **B** 5040 **C** 5880 **D** 6048

Juodraštis

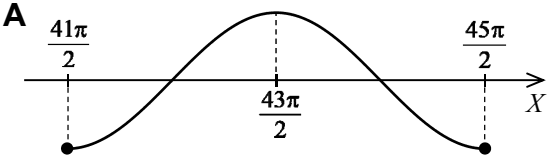
B➔ 4. Reiškinio $\sqrt{4-x} + \lg x$ apibrėžimo sritis yra intervalas:

A $(0;\ 4)$ **B** $[0;\ 4]$ **C** $[0;\ 4)$ **D** $(0;\ 4]$

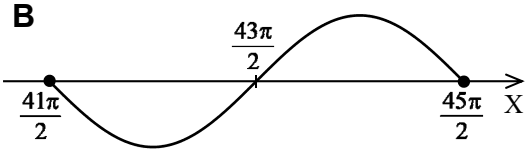
Juodraštis

5. Kuris iš pateiktų eskizų yra funkcijos $y=\cos(-x)$ grafiko eskizas intervale $\left[\frac{41\pi}{2};\frac{45\pi}{2}\right]$?

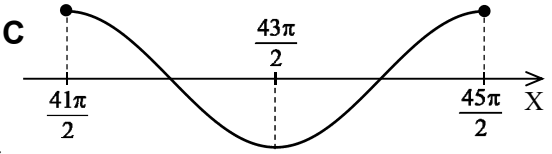
A



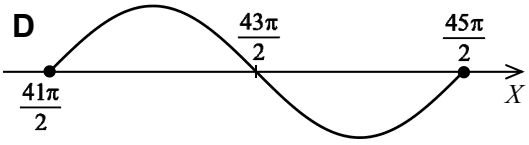
B



C



D



Juodraštis

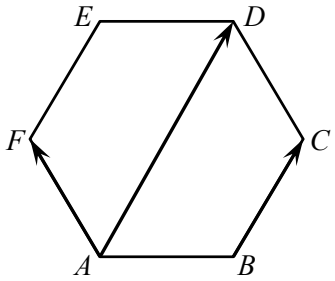
6. Kuri iš formulių išreiškia funkciją, kurios grafikas simetriškas koordinačių pradžios taško atžvilgiu?

A $f(x)=-3x^3+x^2$ **B** $f(x)=2x^3-4x$ **C** $f(x)=x^2\cdot\cos x$ **D** $f(x)=\frac{|x|}{4x^2-1}$

Juodraštis

7. $ABCDEF$ yra taisyklingasis šešiakampis. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AD}$ lygu:

A $\overrightarrow{ED}$ **B** $\overrightarrow{BD}$ **C** $\overrightarrow{BF}$ **D** $\overrightarrow{BA}$



Juodraštis

B➔ 8. Reikia nudažyti visas medinio kubo sienas. Visų jo briaunų ilgių suma lygi $6\ m$. Nudažyti $1\ m^2$ plotą reikia $1\ kg$ dažų. Kiek kilogramų dažų reikės visoms kubo sienoms nudažyti?

A $1{,}5\ kg$ **B** $9\ kg$ **C** $3\ kg$ **D** $4{,}5\ kg$

Juodraštis

B➔ 9. Kurios iš pateiktų nelygybių yra teisingos esant bet kuriai $x \in R$ reikšmei?

1) $x^2 - 3x + 3 \geqslant 0$ **2)** $\frac{x^2+4}{x^2} \geqslant 0$ **3)** $5^{-x} > 0$ **4)** $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+2\right) < 0$

A 3) ir **4)** **B 1)**, **2)**, **3)** ir **4)** **C 1)**, **3)** ir **4)** **D 1)**, **2)** ir **3)**

Juodraštis

10. Lėkštėje yra 10 skirtingų vaisių: obuolys, kriaušė, slyva, abrikosas, persikas, nektarinas, kivis, apelsinas, mandarinas ir bananas. Kiek yra galimybių išrinkti tris vaisius taip, kad tarp jų būtų bananas?

A 72 **B** 84 **C** 36 **D** 42

Juodraštis

II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–18) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas ***1 tašku*** *(kitu atveju vertinama 0 taškų).*

B➔ 11. Dažytojas Ignas nudažo sieną per 20 minučių, o jo draugas Tadas tą pačią sieną nudažo per 1 valandą. Per kiek minučių nudažys šią sieną Ignas ir Tadas, dirbdami kartu?

Juodraštis

12. Per funkcijos $y = f(x)$ grafiko tašką $(0; 0)$ nubrėžta šio grafiko liestinė. Žinoma, kad $f'(0) = 1$.

12.1. Raskite kampo, kurį sudaro ši liestinė su *OX* ašimi, didumą (laipsniais).

Juodraštis

12.2. Parašykite šios liestinės lygtį.

Juodraštis